Jérémie Béliveau-Lefebvre – 04 494 470

Sébastien Leblanc – 18 206 273

TP2 - solution

1. Nous devons donc trouver un tel que est minimum. Pour ce faire, nous allons calculer le gradient et trouver la racine de ce gradient soit :

Soit :

Nous devons trouver :

soit  *<=>*

par définition

*<=>*

arithmétique

*<=>*

par distributivité

*<=>*

arithmétique

*<=>*

arithmétique

*<=>*

trans. en matrices

*<=>*

arithmétique

CQFD

1. La fonction de perte lors d’une entropie croisée est donnée par :

Nous devons trouver le gradient en effectuant :

Puisque :

par définition

Il s’en suit que :

<=>

par définition

<=>

arithmétique

<=>

arithmétique

<=>

par déf de ln

<=>

par distributivité :

<=>

par définition de ln(exp(f(x)))

<=>

par associativité :

<=>

arithmétique

<=>

arithmétique

<=>

par définition de la dérivée

<=>

par déf de dérivée d’une exp

<=>

par associativité

<=>

arithmétique

<=>

arithmétique

<=>

par définition :

CQFD

1. Soit les 3 valeurs possibles {1 2 3} d’une variable aléatoire X, ayant la contrainte , nous devons prouver que les propriétés sont les suivantes :

Soit l’entropie :

On cherche p1, p2, p3 ou l’entropie est maximale, soit :

f (x)=>

*<=>*

Et nous cherchons

Nous avons donc que :

, et

Et puisque

et

Si on suppose une = 1, donc d’après la 1ere contrainte où ,

ça voudrait dire qu’une .

D’après les lois des probabilités, nous pouvons établis les relations suivantes pour  :

<=>

Il suffit de trouver les et selon les et que nous avons trouvés précédemment.

par définition

<=>

par équivalence des exposants

<=>

arithmétique

Que nous remplaçons dans :

par définition

<=>

par équivalence des exposants

<=>

par remplacement :

<=>

arithmétique

<=>

arithmétique

Que nous remplaçons avec dans :

par définition

<=>

par remplacement : et

<=>

arithmétique

<=>

arithmétique

D’après la relation que nous avons établi précédemment :

tel qu’établi

<=>

tel qu’établi

Nous retrouvons que :

par remplacement et arithmétique

CQFD